

## جبر خطی

دانشکده مهندسی کامپیوتر

حمیدرضا ربیعی، مریم رضائی  
بهار ۱۴۰۳



تاریخ انتشار: ۱ اسفند ۱۴۰۲

### تمرین تئوری اول

معادلات خطی و فضاهای برداری

۱. پرسش‌های خود در مورد این تمرین را در سامانه کوئرا مطرح کنید.

۲. سیاست ارسال با تاخیر: شما در مجموع در طول نیم‌سال می‌توانید از ۱۶ روز تاخیر استفاده کنید. این مقدار برای تمرین تئوری و عملی به صورت جداگانه حساب می‌شود. تاخیرها با مقیاس ساعت محاسبه شده و به بالا گرد می‌شوند.

۳. سیاست مشارکت دانشجویان در حل کردن تمرین: دانشجویان می‌توانند در حل تمرین برای رفع ابهام و یا به دست آوردن ایده‌ی کلی با یکدیگر مشورت و همفکری کنند. این کار مورد تایید و تشویق تیم ارائه‌ی درس می‌باشد؛ چرا که هم‌فکری و کار گروهی می‌تواند موجب تقویت یادگیری شود. اما به دست آوردن جزئیات راه‌حل و نگارش پاسخ باید تماماً توسط خود دانشجو انجام شود. حتماً در انتهای پاسخ‌های ارسالی خود نام افرادی که با آن‌ها همفکری کردید را ذکر کنید.

پرسش ۱ (۳۰ نمره)

(آ) (۱۵ نمره) معادله زیر را به فرم ماتریس افزایش یافته<sup>۱</sup> بنویسید و سپس با استفاده از عملیات سطری مقدماتی<sup>۲</sup> و تشکیل فرم کاهش یافته سطری پلکانی<sup>۳</sup> دستگاه معادله را حل کنید. (حل معادلات بدون استفاده از روش یاد شده نمره‌ای نخواهد داشت.)

$$3x - 6y + z + 2t = -4$$

$$4x - 2y - z - 2t = -3$$

$$9x + 6y - z - 8t = 5$$

$$6x + 3y + z + 3t = 8$$

(ب) (۱۵ نمره) معکوس ماتریس زیر را با کمک ماتریس افزایش یافته  $[A | I]$  بدست آورده و ماتریس‌های سطری مقدماتی<sup>۴</sup> استفاده شده را بنویسید.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 8 & 9 & 4 \\ 7 & 6 & 5 \end{bmatrix}$$

پرسش ۲ (۲۰ نمره) مجموعه تمام توابع  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  را با  $\mathbf{R}^{\mathbf{R}}$  نشان می‌دهیم. تابعی متناوب با دوره تناوب  $T$  است که  $f(x) = f(x + T)$  برقرار باشد. مجموعه تمام توابع فرد را با  $f_o$  نشان می‌دهیم که داریم  $(f_o(x) = -f_o(-x))$  و مجموعه تمام توابع زوج را با  $f_e$  نشان می‌دهیم که داریم  $(f_e(x) = f_e(-x))$ . موارد زیر را ثابت یا رد کنید:

(آ) (۵ نمره) مجموعه توابع با دوره تناوب  $T$  زیرفضایی از  $\mathbf{R}^{\mathbf{R}}$  است.

(ب) (۵ نمره) مجموعه تمامی توابع متناوب زیرفضایی از  $\mathbf{R}^{\mathbf{R}}$  است.

$$f_o \oplus f_e = \mathbf{R}^{\mathbf{R}} \quad (\text{ج}) \quad (۱۰ \text{ نمره})$$

پرسش ۳ (۲۵ نمره) اثبات کنید اجتماع سه زیرفضا با مجموعه اعضای نامتناهی از  $V$  یک زیرفضا از  $V$  است اگر و تنها اگر یکی از زیرفضاها شامل دوتای دیگر باشد.

پرسش ۴ (۲۵ نمره) اگر  $V$  را بصورت تمامی دنباله‌های نامتناهی  $a = (a_0, a_1, a_2, \dots)$  تعریف کنیم که همه‌ی مقادیر  $a_i$  اعداد حقیقی هستند و  $a_0 \neq 0$ . با توجه به تعاریف زیر از جمع برداری و ضرب اسکالر موارد زیر را بررسی کنید:

(آ) (۱۵ نمره) خواص جمع برداری برای اینکه  $V$  فضای برداری باشد را بررسی کنید.

(ب) (۱۰ نمره) خواص ضرب اسکالر برای اینکه  $V$  فضای برداری باشد را بررسی کنید.

$$a + b = (a_0 + b_0, a_1 + b_1, a_2 + b_2, \dots) \quad \text{or} \quad (a + b)_j = \sum_{i=0}^j a_i b_{j-i} \quad (\text{جمع برداری})$$

$$ka = (ka_0, ka_1, ka_2, \dots) \quad (\text{ضرب اسکالر})$$